DOI: 10.22067/jacsm.2021.71297.1038
سال سی و دوم، شمارهٔ دو، ۱٤۰۰(۱٤۹- ۱٦٤)

بررسی ناپایداری نانوانبرک ساخته‌شده از نانوسیم در میدان مغناطیسی*

مقاله پژوهشی

علی کوچی(۱) مسعود گوهری‌منش(۲) محمدرضا قریب(۳)

چکیده *کاربرد گسترده نانوانبرک‌ها در صنایع پیشرفته و اهداف پزشکی منجر به شرایط کاری جدیدی برای این‌گونه ابزارها از جمله قرارگرفتن در میدان مغناطیسی خارجی شده است. در این مقاله، رفتار ناپایداری الکترومغناطیسی انبرک‌های ساخته‌شده با نانوسیم که تحت‌تأثیر یک میدان مغناطیسی طولی قرار گرفته‌اند، شبیه‌سازی شده است. باتوجه‌به اهمیت وابستگی به اندازه در ابعاد بسیار کوچک، معادلهٔ ساختاری سیستم برپایهٔ تئوری تنش‌کوپل سازگار استخراج شده است. علاوه بر این، تأثیر نیروهای واندروالس و نیروی کازیمیر در مدل ارائه‌شده در نظر گرفته شده است. برای حل معادلات غیرخطی حاکم بر رفتار سیستم، پاسخ نیمه‌تحلیلی مبتنی بر روش اغتشاشات هموتوپی ارائه شده است. تأثیر پدیده‌های مختلف از قبیل وابستگی به اندازه، نیروی کازیمیر، نیروی واندروالس و میدان مغناطیسی بر ولتاژ ناپایداری و دامنهٔ عملکرد انبرک‌های ساخته‌شده با نانوسیم بررسی شده است. نتایج بیانگر تأثیر چشمگیر وجود میدان مغناطیسی بر ناپایداری کششی و دامنهٔ عملکرد نانوانبرک‌هاست.*

واژه‌های کلیدی ناپایداری الکترومغناطیسی، نانوانبرک، اغتشاشات هموتوپی، تئوری تنش‌کوپل سازگار، نیروی واندروالس، نیروی کازیمیر

مقدمه

با پیشرفت‌های جدید در فناوری نانو، استفاده از نانوسیم‌ها برای ساخت سازه‌های بسیار کوچک مانند نانوسوئیچ‌ها، نانومحرک‌ها، نانوسنسورها و نانوانبرک‌ها به‌سرعت افزایش یافته است. یک انبرک ساخته‌شده از نانوسیم، از ۲سیم نانو رسانا (بازوها) و انعطاف‌پذیر که در بین آن‌ها یک جداساز قرار دارد، تشکیل شده است. نانوانبرک‌ها برای جابه‌جایی نانوذرات، بررسی تعامل نانوذرات باهم و همچنین اندازه‌گیری خصوصیات مختلف نانومواد استفاده می‌شوند [1]. دامنهٔ حرکت نانوانبرک و در نتیجه ابعاد ذراتی که می‌توان با نانوانبرک جابه‌جا کرد، به‌وسیله ولتاژ ناپایداری کششی (Pull-in) محدود می‌شود. ازاین‌رو، محققان پیشین تأثیر پدیده‌های مختلف را در دامنهٔ تحریک پایدار و پارامترهای ناپایداری کششی نانوانبرک بررسی کرده‌اند [1-6]. بااین‌حال، تاکنون تحقیقات جامعی روی تأثیرات میدان مغناطیسی بر ناپایداری کششی نانوانبرک‌ها انجام نشده است.

وقتی نانوانبرک‌ها در معرض شار مغناطیسی قرار می‌گیرند، یک نیروی خارجی به‌نام نیروی لورنتس (Lorentz) روی هر بازو اعمال می‌شود. این نیرو را می‌توان با استفاده از معادلات لورنتس شبیه‌سازی کرد. رفتار تیرها و صفحات تحت‌تأثیر میدان مغناطیسی را محققان قبلی بررسی کرده‌اند [7-10]. مون و پائو در آزمایشگاه کمانش کشسانی‌مغناطیسی یک صفحهٔ نازک را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بررسی کردند [7,8]. میا و همکاران [9] یک روش اجزای محدود برای شبیه‌سازی کمانش کشسانی‌مغناطیسی یک تیر صفحه‌ای پیشنهاد کردند. معادلهٔ حرکت صفحات الاستیک در میدان‌های الکترومغناطیسی و تحت بارهای دینامیکی در

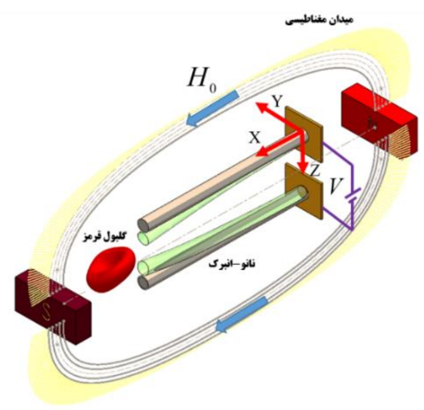
* تاریخ دریافت مقاله ۱٤۰۰/٤/۱۳ و تاریخ پذیرش آن ۱٤۰۰/۷/۱۳ می‌باشد.
(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی‌ومهندسی، دانشگاه تربت‌حیدریه، تربت‌حیدریه، ایران.
Email: a.koochi@torbath.ac.ir
(۲) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی‌ومهندسی، دانشگاه تربت‌حیدریه، تربت‌حیدریه، ایران.
(۳)استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکدهٔ فنی‌ومهندسی، دانشگاه تربت‌حیدریه، تربت‌حیدریه، ایران.

مرجع [10] به‌طور کامل استخراج شده است. لی [11] رفتار پایداری دینامیکی یک نوار مسطح نازک را در میدان مغناطیسی مطالعه کرد. وی همچنین اثر بی‌ثبات‌کنندهٔ ناشی از میرایی مغناطیسی را در نظر گرفت. معادلات حرکت تیرهای الاستیک تحت بار محوری و میدان مغناطیسی عرضی نوسانی [12] و همچنین صفحات رسانای الکترومغناطیسی تحت یک میدان مغناطیسی خارجی [13] به‌وسیله محققان استخراج شده است. تأثیرات میدان‌های مغناطیسی عرضی و بارهای حرارتی روی ارتعاشات گذرای یک تیر پین‌شده در مرجع [14] مطالعه شده است. ارتعاشات اجباری غیرخطی یک تیر همراه با یک جرم متمرکز در لبهٔ تیر که یک نیروی الکترومغناطیسی متناوب روی آن تأثیر می‌گذارد، در مرجع [15] بررسی شده است. لیو و چانگ تأثیر میدان مغناطیسی محوری و عرضی متناوب را بر رفتار دینامیکی تیر کشسان‌مغناطیس (magneto-elastic) بررسی کردند [16]. کیانی ارتعاشات یک نانوسیم رسانا را تحت شوک مغناطیسی محوری که به‌صورت یک ماتریس الاستیک در نظر گرفته شده است، براساس تئوری پیوستگی غیرمحلی مطالعه کرد [17]. وی همچنین برای بررسی رفتار دینامیکی یک نانوسیم، تحت میدان مغناطیسی، یک مدل کشسان حرارتی‌مغناطیسی غیرمحلی ارائه داده است [18]. نارندار و همکاران برای بررسی تأثیر میدان مغناطیسی بر ویژگی‌های امواج در نانولوله‌های کربنی تک‌جدارهٔ مستقر در یک پایهٔ پاسترناک (Pasternak)، از تئوری غیرمحلی تیر اویلر- برنولی استفاده کردند [19]. در [20] یک مدل اجزای محدود برای بررسی محدودهٔ عملکرد پایدار نانوانبرک مخروطی ساخته‌شده از مواد تابعی در حضور میدان مغناطیسی ارائه شده است. براتی و همکاران نیز رفتار پیچشی نانولوله‌های ساخته‌شده از مواد تابعی را تحت اثر میدان مغناطیسی خارجی بررسی کردند [21]. رفتار دینامیکی سنسورهای ساخته‌شده از نانولوله‌های کربنی تحت میدان مغناطیسی و حرارتی در مراجع [22,23] بررسی شده است. پایداری نانوحسگرها تحت اثر میدان مغناطیسی خارجی را کوچی و همکاران مطالعه کردند [24]. در مرجع [25] مدلی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی برپایهٔ تنش رفتار نانولوله‌های ترکیبی در حضور میدان مغناطیسی بررسی شده است.

همان‌طور که مشاهده شد، رفتار تیر و صفحات تحت میدان مغناطیسی را محققان بررسی کرده‌اند. بااین‌حال، نقش میدان مغناطیسی اعمال‌شده در بی‌ثباتی کشش انبرک‌های ساخته‌شده از نانوسیم‌ها به‌طور جامع بررسی نشده است و کارهای تحقیقاتی بیشتر باتوجه‌به کاربردهای فراوان این سیستم‌ها موردنیاز است. در تحقیق حاضر، تأثیر یک میدان مغناطیسی طولی بر ناپایداری کششی انبرک‌های ساخته‌شده از نانوسیم‌ها با درنظرگرفتن نیروهای کازیمیر (Casimir) و واندروالس (van der Waals) بررسی شده است. علاوه بر این، تحقیقات نشان می‌دهد که وقتی طول مشخصهٔ ابعادی یک ساختار جامد با طول بین‌اتمی آن قابل مقایسه باشد، تئوری‌های کلاسیک قادر به پیش‌بینی رفتار سیستم نیستند. در نتیجه برخی نظریه‌های پیشرفته الاستیسیته از قبیل تئوری تنش‌کوپل [26]، نظریهٔ تنش‌کوپل اصلاح‌شده [27]، نظریهٔ الاستیسیته غیرمحلی [28]، تئوری گرادیان کرنش [29] و نظریهٔ تنش‌کوپل سازگار (consistent couple stress theory) ارائه‌شده است [30]. در بین این نظریه‌ها، تئوری تنش‌کوپل سازگار فقط یک پارامتر اضافه برای مدل‌سازی وابستگی به اندازه دارد و جابه‌جایی و چرخش سینماتیکی پیوستهٔ واقعی را در نظر می‌گیرد. در نتیجه در پژوهش حاضر، برای شبیه‌سازی وابستگی به اندازهٔ مواد، معادلات حرکتی نانوانبرک در چارچوب تئوری تنش‌کوپل سازگار استخراج شده است. همچنین، یک پاسخ نیمه‌تحلیلی مبتنی بر روش اغتشاش هموتوپی برای بررسی پارامترهای ناپایداری کششی نانوانبرک ارائه شده است.

معادلات ساختاری

نمای شماتیک یک نانوانبرک در شکل (۱) نشان داده شده است. این انبرک از ۲نانوسیم رسانای کاملا مشابه به طول L با سطح مقطع دایره به شعاع R تشکیل شده اســت. فاصــلهٔ اولیهٔ ۲بازوی نانوانبرک D در نظر گرفته شده است.



شکل ۱ نمای شماتیک نانوانبرک

مدل‌سازی اثر میدان الکترومغناطیس. اثر میدان مغناطیسی بر رفتار نانوانبرک را می‌توان در چارچوب نظریهٔ الکترودینامیک ماکسول و تئوری اجسام رسانا (قانون اهم) مدلسازی کرد. معادلات نظریهٔ الکترودینامیک ماکسول برای یک جسم رسانا را می‌توان به شکل زیر بیان کرد [31]:

$$\nabla\times H=\frac{\partial\varphi}{\partial t}+J \qquad (۱)$$

$$\nabla\times E=-\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (۲)$$

$$\nabla\varphi=\rho \qquad (۳)$$

$$\nabla.B=0 \qquad (۴)$$

در روابط فوق E نشان‌دهنده میدان الکتریکی، H میدان مغناطیسی، J بردار چگالی جریان، B شدت میدان مغناطیسی، φ چگالی جریان جابه‌جایی، t زمان و ρ چگالی بار الکتریکی هستند. در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر جسمی به حجم Ω برابر می‌شود با [32]

$$\begin{aligned}F_{EM}&=\int_\Omega \rho E d\tau+\int_s \sigma E_s dS\\&+\int_\Omega (J\times B)d\tau+\int_s M.\nabla H d\tau\end{aligned} \qquad (۵)$$

در معادلهٔ فوق σ چگالی بار سطحی است و E_s میدان الکتریکی در سطح جسم را نشان می‌دهد. همچنین M بردار مغناطش (magnetization) است.

قانون اهم و معادلات مشــخصــه برای مواد خطی مغناطیسی و خطی الکتریکی عبارت‌اند از [32]:

$$J=\lambda(E+\frac{\partial u}{\partial t}\times B) \qquad (٦)$$

$$\varphi=\varepsilon E \qquad (۷)$$

$$B=\omega H \qquad (۸)$$

که در رابطهٔ فوق λ رسانایی الکتریکی، ε ثابت گذردهی الکتریکی (Electrical conductivity)، u بردار جابه‌جای و ω ضریب نفوذپذیری (Permeability) مغناطیسی است. با صرف‌نظر از چگالی جریان جابه‌جایی و مشتق آن نسبت به زمان و $\nabla\phi=0$، برای یک جسم رسانا نتیجه می‌شود [32]:

$$\mathbf{F_{EM}}=\int_s \sigma \mathbf{E}_s dS+\int_\Omega (\mathbf{J}\times\mathbf{B})d\tau \qquad (۹)$$

میدان مغناطیسی وارد بر نانوانبرک را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$H=H_0+h \qquad (۱۰)$$

$$E=E_0+e \qquad (۱۱)$$

که در روابط فوق h و e به‌ترتیب بیانگر اغتشاش‌های (Perturbations) کوچکی در مقادیر اولیهٔ میدان مغناطیسی (H_0) و الکتریکی (E_0) هستند. مقدار اولیهٔ میدان الکتریکی در نانوانبرک برابر با صفر است (E_0=0). علاوه بر این، اغتشاشات میدان مغناطیسی در مقابل

میدان اولیه بسیار کوچک است ($h \ll H_0$) بنابراین:

$$h = \nabla \times (u \times H_0) \qquad (۱۲)$$

با اســـتفاده از رابطهٔ (۱۲) می‌توان رابطهٔ مربوط به نیروی حاصل از میدان مغناطیسی در یک نانوابرک را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$F_M = \int_{\Omega} (\omega \nabla \times \nabla \times (u \times H_0) \times H_0) d\tau \qquad (۱۳)$$

بازوهای نانوابرک به‌صـــورت تیر اویلر–برنولی یک‌سردرگیر مدل‌سازی شده است. براساس تئوری تیر اویلر–برنولی میدان جابه‌جایی در هر نقطه در طول تیر عبارت است از:

$$u = (-Z\frac{\partial W}{\partial X})i + (W)k \qquad (۱٤)$$

در رابطهٔ فوق W میزان خمیدگی تار خنثی اســت. همچنین X نشــانگر فاصــله در طول تیر و Z فاصــله از تار خنثی است.

با جای گذاری رابطهٔ (۱٤) در معادلهٔ (۱۳) و درنظرگرفتن میدان ثابت مغناطیســـی در راســـتای طول نانوابرک نتیجه می‌شود:

$$F_M = \omega A(H_X^2 \frac{d^2W}{dX^2})k \qquad (۱٥)$$

با فرض هم‌سان‌بودن ۲بازو، نیروی الکتریکی وارد بر بازوها را می‌توان از معادلهٔ زیر محاسبه کرد [33]:

$$F_E = \frac{\varepsilon_0 \pi V^2}{D(1-\frac{2W}{D})\ln^2\left(\frac{2D}{R}(1-\frac{2W}{D})\right)} k \qquad (۱٦)$$

در این رابطه ε_0=8.854×10^{-12} c^2/Nm^2 ثابت گذردهی خلأ، D فاصلهٔ اولیهٔ ۲بازو و V ولتاژ اعمالی است.

در فواصل بسیار کم اثر نیروهای پراکندگی (dispersion) را باید در مدل‌سازی در نظر گرفت. این نیروها در ۲محدودهٔ مختلف تعریف می‌شوند. اثر نیروی بین‌ملکولی (نیروهای واندروالس) در فواصل کمتر از ۲۰نانومتر مهم است [34]. برای فواصل بیشتر از چنده‌نانومتر اثر نیروی کازیمیر اهمیت پیدا می‌کند [35]. نیروی کازیمیر را می‌توان به‌عنوان نسخهٔ آنالوگ دوربرد نیروی واندروالس در نظر گرفت که ناشی از نفوذ موج‌های معوق الکترومغناطیسی (Retarded electromagnetic waves) است. نیروی کازیمیر برخلاف نیروی واندروالس مستقل از خواص ماده است [36].

با اســتفاده از انرژی کازیمیر بین ۲اســتوانهٔ موازی، نیروی کازیمیر بر واحد طول مؤثر بر هر بازو را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد [35]:

$$F_{Cas} = \frac{\bar{h}c\left[1+\ln\left(\frac{D}{R}(1-\frac{2W}{D})\right)\right]}{4\pi(D-2W)^3\ln^3(\frac{D}{R}(1-\frac{2W}{D}))}.k \qquad (۱۷)$$

در این رابطه c=2.998×10^8 m/s ســـرعت نور و ħ=1.055×10^{-34}Js ثابت پلانک (Planck) کاهش یافته است.

برای ۲نانوسیم موازی نیروی واندروالس را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد [5]:

$$F_{vdW} = \frac{\bar{A}\sqrt{R}}{16(D-2W)^{\frac{5}{2}}} k \qquad (۱۸)$$

که در این رابطه $\bar{A}$ ثابت هامکر (Hamaker) است.

تئوری تنش‌کوپل سازگار. تئوری تنش‌کوپل ســازگار یکی از تئوری‌های غیرکلاسیک وابسته به اندازه است که برای ارضـــای شـــرایط ســـازگاری که در تئوری تنش‌کوپل اصلاح شده وجود دارد و حاجا سفندیاری و درگوش ارائه کرده‌اند [30]. براساس این تئوری انرژی کرنشی را می‌توان به فرم زیر بیان کرد [30]:

$$U_B = \frac{1}{2}\int_0^L \int_A (\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + \mu_{ij}\kappa_{ij}) dAdx \qquad (۱۹)$$

در این رابطه، اعضای تانسور تنشن (σ_{ij})، تانسور تنش‌کوپل (μ_{ij}) ، تانسور کرنش (ε_{ij}) و تانسور (κ_{ij}) از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{mm}\varepsilon_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad (۲۰)$$

$$\mu_{ij} = 8\mu\ell^2\kappa_{ij} \qquad (۲۱)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \qquad (۲۲)$$

$$\kappa_{ij} = \frac{1}{2}e_{jkl}u_{l,ki} \qquad (۲۳)$$

در روابط فوق λ و μ ثوا بت لـمه و ℓ پارامتر مقیاس طول اســت. با جای‌گذاری معادلهٔ جابه‌جایی در روابط فوق نتیجه می‌شود:

$$\sigma_{XX} = -EZ\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \quad \sigma_{ZZ} = \sigma_{YY} = \sigma_{XY} = \sigma_{YZ} = \sigma_{ZX} = 0 \qquad (۲٤)$$

$$\mu_{XY} = -\mu_{YX} = 4\mu\ell^2\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \quad \mu_{XX} = \mu_{YY} = \mu_{ZZ} = 0, \quad \mu_{YZ} = \mu_{ZY} = \mu_{ZX} = \mu_{XZ} = 0 \qquad (۲٥)$$

$$\varepsilon_{XX} = -Z\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \quad \varepsilon_{ZZ} = \varepsilon_{YY} = \varepsilon_{XY} = \varepsilon_{YZ} = \varepsilon_{ZX} = 0 \qquad (۲٦)$$

$$\kappa_{XY} = \kappa_{YX} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \quad \kappa_{XX} = \kappa_{YY} = \kappa_{ZZ} = 0, \quad \kappa_{YZ} = \kappa_{ZY} = \kappa_{ZX} = \kappa_{XZ} = 0 \qquad (۲۷)$$

در نتیجه انرژی کرنشی هر بازو عبارت خواهد شد از:

$$U_B = \frac{1}{2}\int_0^L \left(EI + 4\mu A\ell^2\right)\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}\right)^2 dX \qquad (۲۸)$$

معادلهٔ ساختاری

برای اســتخراج معادلهٔ ســـاختاری از اصـــل همیلتون استفاده می‌شود. بر این اساس:

$$\delta U_B - \delta W_{ext} = 0 \qquad (۲۹)$$

کار نیروهای خارجی(F_{ext}) وارد بر بازوها مجموع کار نیروهای الکتریکی، پراکندگی و مغناطیسی ا ست و از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$W_{ext} = \int_0^L\int_0^W F_{ext}\, dWdX \qquad (۳۰)$$

با جای گذاری معادلات (۲۸ و ۳۰) در معادلهٔ (۲۹)، معادلهٔ ساختاری به‌شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$(EI + 4\mu A\ell^2)\frac{d^4W}{dX^4} - \omega A H_x^2\frac{d^2W}{dX^2} = \frac{\pi\varepsilon_0 V^2}{(D-W)\ln^2(2\frac{D-W}{R})} + \begin{cases} \dfrac{\bar{h}c\left[1+\ln\left(\dfrac{D-2W}{D}\right)\right]}{4\pi(D-2W)^3\ln^3(\frac{D-2W}{R})} & \text{Casimir} \\ \dfrac{\bar{A}\sqrt{R}}{16(D-2W)^{5/2}} & \text{vdW} \end{cases} \qquad (۳۱)$$

حل به روش اغتشاشات هموتوپی

استفاده از معادلات و پارامترهای بی‌بعد روشی شناخته‌شده در تحلیل سیستم و بررسی تأثیر پارامترهای مختلف است. به‌کارگیری پارامترهای بی‌بعد مزایای بسیاری ازجمله خلاصه‌سازی پارامترها، جلوگیری از واحدهای ترکیبی پیچیده و مبهم و کاهش تعداد متغیر را به‌همراه دارد. علاوه بر این، استفاده از پارامترهای بی‌بعد منجر به معادلات بی‌بعد می‌شود که بینش روشن‌تری از پارامترهای کنترل و ماهیت مسئله را در اختیار محقق قرار می‌دهد. پارامتر بی‌بعد مکان در راستای طول نانوانبرک را به‌صورت نسبت فاصله از مبدأ مختصات به طول بازو ($x=X/L$) و پارامتر بی‌بعد جابه‌جایی بی‌بعد عرضی را به‌صورت نسب جابه‌جایی به فاصلهٔ اولیه بین بازوها ($w=W/D$) تعریف می‌کنیم. در نتیجه معادلهٔ (۳۱

را با استفاده از این پارامترها به شکل زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$(1+\delta)\frac{d^4w}{dx^4}-\xi\frac{d^2w}{dx^2}=\frac{\beta^2}{2(1-2w)\ln^2\left(2k(1-2w)\right)}+\begin{cases}\frac{2\eta_{Cas}[1+\ln\left(k\left(1-2w\right)\right)]}{\left(1-2w\right)^3\ln^3\left(k\left(1-2w\right)\right)} & \text{Casimir}\\ \frac{\eta_{vdW}}{2(1-2w)^{5/2}} & \text{vdW}\end{cases} \quad (۳۲)$$

و شرایط مرزی بی‌بعد عبارت‌اند از:

$$w\left(0\right)=\frac{dw}{dx}\left(0\right)=0 \quad (۳۳)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2}\left(1\right)=\frac{d^3w}{dx^3}\left(1\right)=0 \quad (۳٤)$$

در معادلهٔ (۳۲) پارامترهای بی‌بعد به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$w=\frac{W}{g};x=\frac{X}{L};\quad k=\frac{D}{R};\beta^2=\frac{8\varepsilon_0V^2L^4}{ER^4D^2};\quad \eta_{Cas}=\frac{\hbar cL^4}{2\pi^2D^4R^4E};\eta_{vdW}=\frac{\bar{A}\sqrt{R}L^4}{2\pi R^4ED^{\frac{7}{2}}};\quad \delta=\frac{16\mu\ell^2}{R^2E};\xi=\frac{4\delta H_x^2L^2}{ER^2} \quad (۳۵)$$

معادلهٔ (۳۲) یک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی است و حل دقیقی برای آن وجود ندارد. در نتیجه برای به‌دست‌آوردن یک حل نیمه‌تحلیلی برای این معادله از روش اغتشاشات هموتوپی استفاده می‌کنیم.

اصول و مبانی روش اغتشاشات هموتوپی در مرجع [37] ذکر شده است. در روش اغتشاشات هموتوپی معادلهٔ دیفرانسیل را متشکل از ۲قسمت خطی و غیرخطی تبدیل در نظر می‌گیریم:

$$L(w)+N(w)=0 \quad (۳٦)$$

یک تبدیل محدب هموتوپی عبارت است از:

$$H(w,s)=(1-s)\left[L(w)-L(w_0)\right]+s\left[L(w)+N(w)\right] \quad (۳۷)$$

که w_0 حدس اولیه برای حل معادلهٔ (۳٦) است، همچنین $s\in[0,1]$ پارامتر تعبیه است. همان‌گونه که از معادلهٔ (۳۷) مشخص است، با تغییر s از صفر تا ۱ جواب معادلهٔ مدنظر از حدس اولیه (w_0) تا جواب نهایی (w) تغییر می‌کند. به‌عنوان حدس اولیه $w_0=0$ در نظر گرفته می‌شود.

برای اعمال روش اغتشاشات هموتوپی معادلات (۳۲-۳٤) را با درنظرگرفتن $y(x)=1-2w(x)$ بازنویسی می‌کنیم:

$$(1+\delta)\frac{d^4y}{dx^4}-\xi\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{\beta^2}{y\ln^2\left(2ky\right)}+\begin{cases}\frac{4\eta_{Cas}[1+\ln\left(ky\right)]}{y^3\ln^3\left(ky\right)} & \text{Casimir}\\ \frac{\eta_{vdW}}{y^{5/2}} & \text{vdW}\end{cases}=0 \quad (۳۸)$$

$$y(0)=1,\qquad y'\left(0\right)=0 \quad (۳۹)$$

$$y''(1)=0,\qquad y'''(1)=0 \quad (٤۰)$$

معادلهٔ فوق را به فرم سیستم معادلات دیفرانسیل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{dy}{dx}=p(x) \quad (٤۱)$$

$$\frac{dp}{dx}=q(x) \quad (٤۲)$$

$$\frac{dq}{dx}=r(x) \quad (٤۳)$$

$$\frac{dr}{dx}=\frac{\xi}{1+\delta}q(x)-\frac{\beta^2}{(1+\delta)y\ln^2\left(2ky\right)}-\begin{cases}\frac{4\eta_{Cas}[1+\ln\left(ky\right)]}{(1+\delta)y^3\ln^2\left(ky\right)} & \text{Casimir}\\ \frac{\eta_{vdW}}{(1+\delta)y^{5/2}} & \text{vdW}\end{cases} \quad (٤٤)$$

جواب معادلهٔ (۳۸) را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$y=\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i \tag{۴۵}$$

با جای‌گذاری معادلهٔ (۴۵) در معادلات (۴۱-۴۴)، انتگرال‌گیری از معادلات حاصل و در نظرگرفتن شرایط اولیه (y(0)=1, p(0)=0, q(0)=A, r(0)=B)، نتیجه می‌شود:

$$\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i-1-s\int_0^x\sum_{i=0}^{\infty}s^i p_i d\tau=0 \tag{۴۶}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty}s^i p_i-s\int_0^x\sum_{i=0}^{\infty}s^i q_i d\tau=0 \tag{۴۷}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty}s^i q_i-A-s\int_0^x\sum_{i=0}^{\infty}s^i r_i d\tau=0 \tag{۴۸}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty}s^i r_i-B+s\int_0^x\left(\sum_{i=0}^{\infty}s^i\psi_i-\xi\sum_{i=0}^{\infty}s^i q_i\right)d\tau=0 \tag{۴۹}$$

که در معادلهٔ فوق:

$$\psi_n=\frac{d^n}{n!ds^n}\left[\frac{\beta^2}{(1+\delta)(\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)\ln^2(2k\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)}-\begin{cases}\dfrac{4\eta_{Cas}[1+\ln(k\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)]}{(1+\delta)(\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)^3\ln^3(k\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)}\\[2ex]\dfrac{\eta_{vdW}}{(1+\delta)(\sum_{i=0}^{\infty}s^i y_i)^{5/2}}\end{cases}\right]_{s=0} \tag{۵۰}$$

در نتیجه جابه‌جایی بازوهای نانوانبرک در حالت درنظرگرفتن نیروی کازیمیر به‌شکل معادلهٔ (۵۱) و در حالت نیروی واندروالس به‌شکل معادلهٔ (۵۲) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}w(x)=&-A\frac{x^2}{4}-B\frac{x^3}{12}\\&+\left(\frac{\beta^2}{\ln^2 2k}+\frac{4\eta_{Cas}}{\ln^2 k}+\frac{4\eta_{Cas}}{\ln^3 k}\right)\frac{x^4}{48(1+\delta)}\\&-\frac{A}{48(1+\delta)}x^4-\frac{1}{240(1+\delta)}B\xi x^5\\&+\frac{A}{1440(1+\delta)}\left(\frac{\beta^2}{\ln^2 2k}+\frac{2\beta^2}{\ln^3 2k}\right)x^6\\&+\frac{A\eta_{Cas}}{360(1+\delta)}\left(\frac{3}{\ln^2 k}+\frac{5}{\ln^3 k}+\frac{3}{\ln^4 k}\right)x^6\\&+\frac{\xi}{1440(1+\delta)^2}\left(+\frac{4\eta_{Cas}}{\ln^2 k}+\frac{4\eta_{Cas}}{\ln^3 k}\right)x^6\\&+\frac{\xi}{1440(1+\delta)^2}\left(\frac{\beta^2}{\ln^2 2k}+\xi A\right)x^6+\ldots\end{aligned} \tag{۵۱}$$

$$\begin{aligned}w(x)=&-A\frac{x^2}{4}-B\frac{x^3}{12}\\&+\frac{\left(\frac{\beta^2}{\ln^2(2k)}+\eta_{vdw}-A\right)}{48(1+\delta)}x^4\\&-\frac{1}{240(1+\delta)}B\xi x^5\\&+\frac{\beta^2(A\ln(2k)+2A)}{1440(1+\delta)\ln^3(2k)}x^6\\&+\frac{\eta_{vdw}(\xi+2.5A)}{1440(1+\delta)}x^6\\&+\frac{\left(\frac{\beta^2}{\ln^2(2k)}++\xi A\right)\xi}{1440(1+\delta)^2}x^6+\ldots\end{aligned} \tag{۵۲}$$

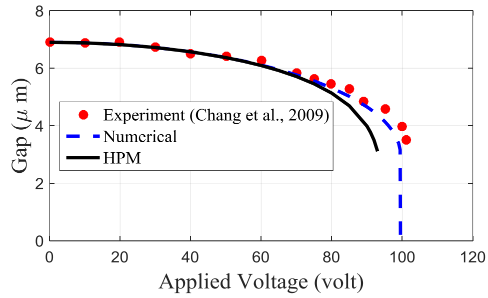
پارامترهای A و B را می‌توان با اعمال شرایط مرزی در انتهای آزاد بازوها ($\frac{d^2y}{dx^2}(1)=\frac{d^3y}{dx^3}(1)=0$) محاسبه کرد.

نتایج و بحث در نتایج

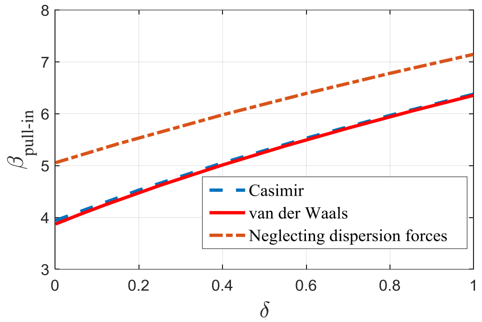
در نبود کار جامع آزمایشگاهی و تحلیل روی رفتار ناپایداری نانوانبرک‌های ساخته‌شده از نانوسیم غوطه‌ور در میدان مغناطیسی، نتایج مدل و پاسخ نیمه‌تحلیل ارائه‌شده در حالت خاص (بدون میدان مغناطیسی) با نتایج مرجع [38] مقایسه شده‌اند. ناپایداری کششی نانوانبرک‌های ساخته‌شده از کربن با یک شکاف اولیهٔ ۶٫۹میکرومتر، طول ۱۹٫۶میکرومتر و شعاع سیم

۱۵۰نانومتر به‌طور تجربی توسط چانگ و همکاران انجام شده است. در شکل (۲) فاصلهٔ انتهای بازوهای نانوانبرک برحسب ولتاژ اعمالی از صفر تا ولتاژ ناپایداری کششی رسم شده است. معادلهٔ حاکم بر رفتار نانوانبرک به روش عددی نیز با استفاده از نرم‌افزار Maple و با استفاده از دستور dsolve حل شده است و نتایج آن در شکل (۲) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سازگاری بسیار خوبی بین مدل حاضر و اندازه‌گیری تجربی مشاهده می‌شود. همچنین شکل (۲) نشان می‌دهد که حل نیمه‌تحلیل ارائه‌شده برپایهٔ روش اغتشاشات هموتوپی هم‌خوانی بسیار مناسبی با حل عددی دارد.

در ادامه پارامتر بی‌بعد هندسی k=20 و پارمترهای بی‌بعد مرتبط با نیروی کازیمیر و واندروالس برابر با ۰٫۵ در نظر گرفته شده و اثر پارامترهای مختلف بر ولتاژ ناپایداری بی‌بعد و محدودهٔ عملکرد نانوانبرک بررسی شده است. شکل (۳) تأثیر وابستگی به اندازه و همچنین درنظرگرفتن نیروی جاذبهٔ کازیمیر و واندروالس بر ولتاژ کششی نانوانبرک را نشان می‌دهد. در این شکل ولتاژ ناپایداری نانوانبرک در حضور نیروی کازیمیر و واندروالس و همچنین میکروانبرک (یعنی بدون نیروهای ذکرشده) مطالعه می‌شود. شکل (۳) نشان می‌دهد که افزایش پارامتر اندازه باعث افزایش ولتاژ کشش می‌شود. به‌علاوه، این شکل نشان می‌دهد که وجود نیروهای کازیمیر و واندروالس، ولتاژ کشش انبرک‌های نانو را کاهش می‌دهد.

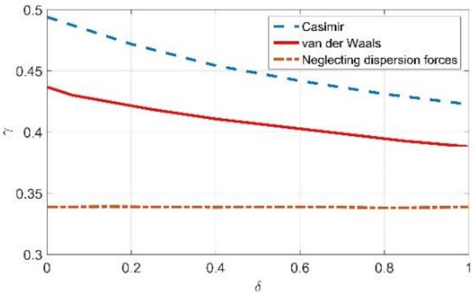


شکل ۲ فاصلهٔ انتهای بازوهای نانوانبرک برحسب ولتاژهای اعمال‌شدهٔ مختلف: مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [38]

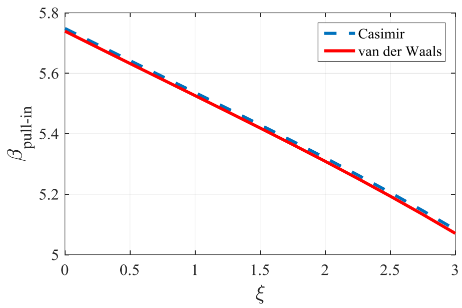


شکل ۳ تأثیر وابستگی اندازه بر ولتاژ ناپایداری کششی نانوانبرک

ناپایداری کششی نانوانبرک، ابعاد کوچک‌ترین ذراتی را که می‌توان با نانوانبرک حمل کرد، محدود می‌کند. بنابراین، پارامتر بی‌بعد $\gamma = D_{min} / D$ را تعریف می‌کنیم. پارامتر γ نسبت قطر کوچک‌ترین ذرهٔ قابل حمل با نانوانبرک به فاصلهٔ اولیهٔ ۲بازو را نشان می‌دهد. این پارامتر با محدودهٔ عملکرد نانوانبرک رابطهٔ معکوس دارد، به‌عبارتی افزایش پارامتر γ به‌معنی افزایش حداقل قطر قابل حمل و درنتیجه کاش محدودهٔ عملکرد نانوانبرک است. تأثیر پارامتر اندازه و نیروهای کازیمیر و واندروالس در حداقل قطر قابل حمل با نانوانبرک‌ها در شکل (٤) نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که افزایش پارامتر اندازه به افزایش محدودهٔ عملکرد نانوانبرک و کاهش حداقل اندازهٔ قابل حمل با نانوانبرک منجر می‌شود. با وجود این، پارامتر وابستگی به اندازه تأثیری در حداقل ابعاد قابل حمل در میکروانبرک (بدون نیروهای کازیمیر و واندروالس) ندارد. باید توجه کرد که پارامتر بی‌بعد وابستگی به اندازه باتوجه‌به معادلهٔ (۳۵) با توان دوم نسبت پارامتر مقیاس طول ماده به شعاع بازو متناسب است. شکل (۳ و ٤) نشان می‌دهد که برای نانوانبرک‌ها وابستگی اندازه باید برای ولتاژ کششی و دامنهٔ انبرک در نظر گرفته شود. بااین‌حال، برای میکروانبرک‌ها وابستگی به اندازه، فقط ولتاژ ناپایداری کششی را افزایش می‌دهد و دامنهٔ حرکتی انبرک را تحت‌تأثیر قرار نمی‌دهد.



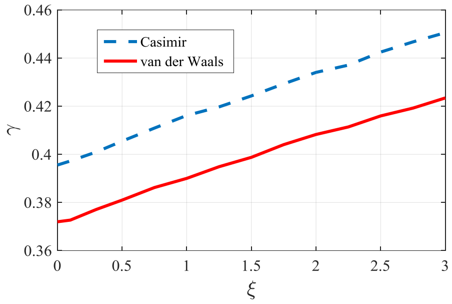
شکل ٤ تأثیر وابستگی اندازه بر دامنهٔ عملکرد انبرک



شکل ٥ تأثیر میدان مغناطیسی و نیروهای کازیمیر و واندروالس بر ولتاژ ناپایداری کششی نانوانبرک

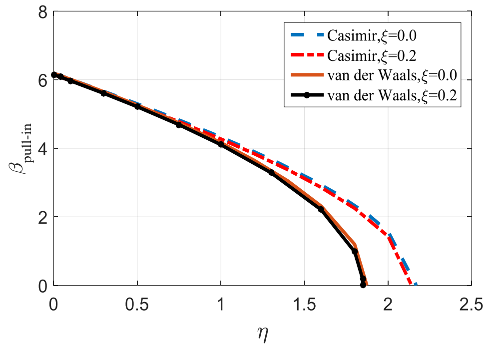
تأثیر میدان مغناطیسی بر ولتاژ ناپایداری کششی نانوانبرک‌ها، با درنظرگرفتن نیروهای کازیمیر و واندروالس در شکل (٥) نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش پارامترهای بی‌بعدشدهٔ نیروی مغناطیسی، ولتاژ ناپایداری کششی کاهش می‌یابد. به‌عبارت دیگر افزایش میدان مغناطیسی ولتاژ ناپایداری کششی را کاهش داده و عامل ناپایدارکننده نانوانبرک است. به‌طور مشابه، اگر جنس بازوهای نانوانبرک از نفوذپذیری مغناطیسی بیشتری برخوردار باشد، ولتاژ ناپایداری کششی آن به‌دلیل میدان مغناطیسی به میزان چشمگیری کم می‌شود.

شکل (٦) تأثیر میدان مغناطیسی بر محدودهٔ عملکرد نانوانبرک را نشان می‌دهد. نتایج ارائه‌شده در این شکل بیانگر این است که حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند منجر به کاهش محدودهٔ عملکرد نانوانبرک شود. همچنین افزایش شدت میدان مغناطیسی خارجی منجر به کاهش بیشتر در محدودهٔ عملکرد نانوانبرک می‌شود.

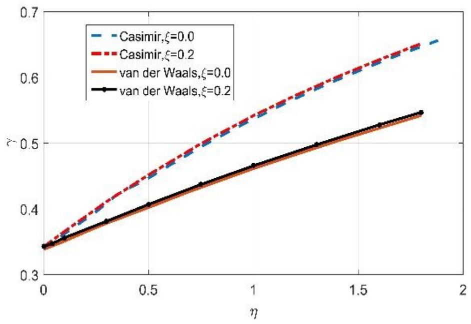


شکل ٦ تأثیر میدان مغناطیسی بر محدودهٔ عملکرد نانوانبرک

تأثیر نیروهای کازیمیر و واندروالس بر ولتاژ ناپایداری کششی و محدودهٔ عملکرد نانوانبرک به‌ترتیب در شکل‌های (٧ و ٨) نشان داده شده است. برای بررسی تأثیر میدان مغناطیسی، موارد ذکرشده برای نانوانبرک مطالعه و با حضور و عدم‌حضور میدان مغناطیسی در این شکل‌ها بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نیروهای کازیمیر و واندروالس، ولتاژ ناپایداری کششی کاهش می‌یابد. توجه داشته باشید که نقطه تقاطع منحنی‌ها و محور افقی با مقدار بحرانی نیروهای کازیمیر و واندروالس (η_C) مطابقت دارد. به‌عبارتی این نقاط تقاطع حالتی را نشان می‌دهد که نیروهای پراکندگی حتی بدون هیچ نیروی الکترواستاتیکی منجر به ناپایداری نانوانبرک می‌شود. این نقاط در طراحی نانوانبرک‌ها بسیار مهم‌اند و از ترکیب مقادیر بحرانی مرتبط با نیروی کازیمیر و واندروالس با تعریف ارائه‌شده برای این پارامترها در معادلهٔ (٣٥) می‌توان حداقل فاصلهٔ اولیهٔ مجاز و حداکثر طول مجاز نانوانبرک را برای طراحی محاسبه کرد.



شکل ۷ تأثیر نیروهای پراکندگی بر ولتاژ ناپایداری کششی نانوانبرک



شکل ۸ تأثیر پراکندگی بر محدودهٔ عملکرد نانوانبرک

جمع‌بندی

در این مقاله یک مدل ریاضی برای بررسی ناپایداری الکترومغناطیسی نانوانبرک ساخته‌شده از نانوسیم ارائه شده است. اثر میدان مغناطیسی طولی القاشده در مدل از طریق مدل‌سازی مناسب نیروهای لورنتس در نظر گرفته شده است. برای درنظرگرفتن وابستگی به اندازه، معادلهٔ حاکم بر نانوانبرک براساس نظریهٔ تنش‌کوپل سازگار به‌دست آمده است. علاوه بر این، تأثیر نیروهای کازیمیر و واندروالس در معادلهٔ نهایی در نظر گرفته می‌شود. برای حل معادلهٔ غیرخطی حاکم بر تغییر شکل نانوانبرک، یک پاسخ نیمه‌تحلیلی برپایهٔ روش اغتشاشات هموتوپی ارائه شده است. نتایج با حل عددی و همچنین نتایج تست‌های آزمایشگاهی موجود مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که وابستگی به اندازه اثر سخت‌کننده دارد و ولتاژ ناپایداری را افزایش می‌دهد. دربارهٔ نانوانبرک‌ها اثر وابستگی به اندازه منجر به افزایش محدودهٔ عملکرد نانوانبرک می‌شود، اما در حالتی که از اثر نیروهای پراکندگی صرف‌نظر شود، محدودهٔ عملکرد نانوانبرک مستقل از پارامتر بی‌بعد اثر اندازه است. با بررسی تأثیر میدان مغناطیسی در رفتار کششی نانوانبرک مشخص شد که افزایش میدان مغناطیسی ولتاژ کشش ناپایداری را کاهش می‌دهد. به همین ترتیب، اگر مادهٔ سازندهٔ نانوانبرک نفوذپذیری مغناطیسی بیشتری داشته باشد، ولتاژ ناپایداری کششی آن به‌دلیل میدان مغناطیسی به میزان چشمگیری کم می‌شود. همچنین حضور میدان مغناطیسی خارجی منجر به کاهش محدودهٔ عملکرد نانوانبرک می‌شود.

واژه نامه

ناپایداری کششی	Pull-in instability
نیروی لورنتس	Lorentz force
کشسان‌مغناطیس	Magneto-elastic
پایهٔ پاسترناک	Pasternak foundation
نیروی کازیمی	Casimir force
نیروی واندروالس	van der Waals force
نظریهٔ تنش‌کوپل سازگار	Consistent couple stress theory
مغناطش	Magnetization
ثابت گذردهی الکتریکی	Electrical conductivity constatnt
ثابت نفوذپذیری	Permeability constatnt
اغتشاش	Perturbation
نیروهای پراکندگی	Dispersion forces

Planck constatnt	ثابت پلانک	Retarded electromagnetic waves	موج‌های معوق الکترومغناطیسی
Hamaker constatnt	ثابت هامکر		

مراجع

1. Farrokhabadi, A., Rach, R., and Abadyan, M., "Modeling the static response and pull-in instability of CNT nanotweezers under the Coulomb and van der Waals attractions", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures,* Vol. 53, pp. 137-145, (2013).

2. Wang, G. W., Zhang, Y., Zhao, Y. P., and Yang, G.-T., "Pull-in instability study of carbon nanotube tweezers under the influence of van der Waals forces", *Journal of Micromechanics and Microengineering,* Vol. 14(8), pp. 1119, (2004).

3. Farrokhabadi, A., Koochi, A., Kazemi, A., and Abadyan, M., "Effects of size-dependent elasticity on stability of nanotweezers", *Applied Mathematics and Mechanics,* Vol. 35(12), pp. 1573-1590, (2014).

4. Ramezani, A., "Stability analysis of electrostatic nanotweezers", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 43(10), pp. 1783-1791, (2011).

5. Keivani, M., Koochi, A., Sedighi, H. M., Abadyan, M., Farrokhabadi, A., and Shahedin, A. M., "Effect of surface layer on electromechanical stability of tweezers and cantilevers fabricated from conductive cylindrical nanowires", *Surface Review and Letters,* Vol. 23(02), pp. 1550101, (2016).

6. Koochi, A., Hosseini-Toudeshky, H., and Abadyan, M., "A modified model for stability analysis of narrow-width NEMS tweezers: Corrections due to surface layer, scale dependency and force distributions", *Scientiairanica,* Vol. 24(2), pp. 673-683, (2017).

7. Moon, F. and Pao, Y.H., "Magnetoelastic buckling of a thin plate", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35(1), pp. 53-58, (1968).

8. Moon, F. and Pao, Y. H., "Vibration and dynamic instability of a beam-plate in a transverse magnetic field", *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 36(1), pp. 92-100, (1969).

9. Miya, K., Takagi, T., and Ando, Y., "Finite-element analysis of magnetoelastic buckling of ferromagnetic beam plate", *Journal of Applied Mechanics,* Vol. 47(2), pp. 377-382, (1980).

10. Eringen, A. C., "Theory of electromagnetic elastic plates", *International Journal of Engineering Science,* Vol. 27(4), pp. 363-375, (1989).

11. Lee, J. S., "Destabilizing effect of magnetic damping in plate strip", *Journal of Engineering Mechanics,* Vol. 118(1), pp. 161-173, (1992).

12. Shih, Y. S., Wu, G. Y., and Chen, E. J., "Transient Vibrations of a Simply-Supported Beam with Axial Loads and Transverse Magnetic Fields", *Journal of Structural Mechanics,* Vol. 26(2), pp. 115-130, (1998).

13. Librescu, L., Hasanyan, D., and Ambur, D. R., "Electromagnetically conducting elastic plates in a magnetic field: modeling and dynamic implications", *International Journal of Non-Linear Mechanics,* Vol. 39(5), pp. 723-739, (2004).

14. Wu, G., "The analysis of dynamic instability and vibration motions of a pinned beam with transverse magnetic fields and thermal loads", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 284(1-2), pp. 343-360, (2005).

15. Kojima, H., Nagaya, K., Shiraishi, H., and Yamashita, A., "Nonlinear vibrations of a beam with a mass subjected to alternating electromagnetic force", *Bulletin of JSME,* Vol. 28(237), pp. 468-474, (1985).

16. Liu, M. F. and Chang, T. P., "Vibration analysis of a magneto-elastic beam with general boundary conditions subjected to axial load and external force", *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 288(1-2), pp. 399-411, (2005).

17. Kiani, K., "Magneto-elasto-dynamic analysis of an elastically confined conducting nanowire due to an axial magnetic shock", *Physics Letters A,* Vol. 376(20), pp. 1679-1685, (2012).

18. Kiani, K., "Magneto‐thermo‐elastic fields caused by an unsteady longitudinal magnetic field in a conducting nanowire accounting for eddy-current loss", *Materials Chemistry and Physics,* Vol. 136(2-3), pp. 589-598, (2012).

19. Narendar, S., Gupta, S., and Gopalakrishnan, S., "Wave propagation in single-walled carbon nanotube under longitudinal magnetic field using nonlocal Euler‐Bernoulli beam theory", *Applied Mathematical Modelling,* Vol. 36(9), pp. 4529-4538, (2012).

20. Yaghoobi, M. and Koochi, A., "Electromagnetic instability analysis of functionally graded tapered nano-tweezers", *Physica Scripta,* Vol. 96(8), pp. 085701, (2021).

21. Barati, A., Adeli, M.M., and Hadi, A., "Static torsion of bi-directional functionally graded microtube based on the couple stress theory under magnetic field", *International Journal of Applied Mechanics,* Vol. 12(2), pp. 2050021, (2020).

22. Ghaffari, S. and Abdelkefi, A., "Thermoelastic modeling and comparative analysis of biomass sensors under rippling deformation and magnetic field", *Applied Mathematical Modelling,* Vol. 92, pp. 196-222, (2021).

23. Sedighi, H. M., Malikan, M., Valipour, A., and Żur, K. K., "Nonlocal vibration of carbon/boron-nitride

nano-hetero-structure in thermal and magnetic fields by means of nonlinear finite element method", *Journal of Computational Design and Engineering,* Vol. 7(5), pp. 591-602, (2020).

24. Koochi, A., Abadyan, M., and Gholami, S., "Electromagnetic instability analysis of nano-sensor", *The European Physical Journal Plus,* Vol. 136(1), pp. 1-12, (2021).
25. Sedighi, H. M., Ouakad, H.M., Dimitri, R., and Tornabene, F., "Stress-driven nonlocal elasticity for the instability analysis of fluid-conveying C-BN hybrid-nanotube in a magneto-thermal environment", *Physica Scripta,* Vol. 95(6), p. 065204, (2020).
26. Ejike, U. B., "The plane circular crack problem in the linearized couple-stress theory", *International Journal of Engineering Science,* Vol. 7(9), pp. 947-961, (1969).
27. Yang, F., Chong, A., Lam, D. C. C., and Tong, P., "Couple stress based strain gradient theory for elasticity", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 39(10), pp. 2731-2743, (2002).
28. Eringen, A.C. and Edelen, D., "On nonlocal elasticity", *International Journal of Engineering Science,* Vol. 10(3), pp. 233-248, (1972).
29. Lam, D.C., Yang, F., Chong, A., Wang, J., and Tong, P., "Experiments and theory in strain gradient elasticity", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* Vol. 51(8), pp. 1477-1508, (2003).
30. Hadjesfandiari, A. R. and Dargush, G. F., "Couple stress theory for solids", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 48(18), pp. 2496-2510, (2011).
31. Kiani, K., "Vibration and instability of a single-walled carbon nanotube in a three-dimensional magnetic field", *Journal of Physics and Chemistry of Solids,* Vol. 75(1), pp. 15-22, (2014).
32. Hasanyan, D.J., Librescu, L., and Ambur, R.D., "Buckling and postbuckling of magnetoelastic flat plates carrying an electric current", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 43, pp. 4971–4996, (2006).
33. Hayt J., W. H., Buck, J.A., and Akhtar, M. J., "Engineering Electromagnetics", McGraw-Hill Education, (2020).
34. Boström, M. and Sernelius, B. E., "Fractional van der Waals interaction between thin metallic films", *Physical Review B,* Vol. 61(3), pp. 2204, (2000).
35. Klimchitskaya, G., Mohideen, U., and Mostepanenko, V., "Casimir and van der Waals forces between two plates or a sphere (lens) above a plate made of real metals", *Physical Review A,* Vol. 61(6), pp. 062107, (2000).
36. Zhao, Y. P., Wang, L., and Yu, T., "Mechanics of adhesion in MEMS–a review", *Journal of Adhesion Science and Technology*, Vol. 17(4), pp. 519-546, (2003).

37. He, J. H., "Homotopy perturbation technique", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 178(3-4), pp. 257-262, (1999).

38. Chang, J., Min, B.K., Kim, J., Lee, S.J., and Lin, L., "Electrostatically actuated carbon nanowire nanotweezers", *Smart Materials and Structures*, Vol. 18(6), pp. 065017, (2009).

Stability Analysis of Nano-Wire Made Tweezers in Magnetic Flux

Ali Koochi[1] Masoud Goharimanesh[2]
Mohammad Reza Gharib[3]

1. Introduction

With the new development in nanotechnology, the use of nano-wires for manufacturing ultra-small structures such as nano-switches, nano actuators, nano-sensors, and nano-tweezers has increased rapidly. Nano-wire manufactured tweezers are composed of two cantilever conductive nano-wires (arms) with a small separation in between, utilized to manipulate nanoelements, investigate nanoparticle interaction, and measure the characteristics of nanomaterials. The pull-in voltage of nano-tweezers limits the tweezing range and hence the size of the objects, which can be manipulated by the nano-tweezers. Therefore, previous researches have examined the influence of different phenomena on the stable actuating range and the pull-in instability parameters of nano-tweezers. However, the impacts of the magnetic field on the pull-in instability of nano-tweezers have not been investigated yet.

The present work investigates the influence of a longitudinally magnetic field on the pull-in instability of nano-wire-based tweezers by considering the Casimir and van der Waals attraction. To simulate the size dependency of materials, the equations of motion of the nano-tweezers are constructed within the framework of the consistent couple stress theory (C-CST). A semi-analytical solution based on the Homotopy Perturbation Method (HPM) is developed to investigate the pull-in parameters. The obtained results are validated by comparing with the numerical solution as well as those available in the literature.

2. Modeling

A schematic view of nano-tweezers is shown in Figure 1. These nano-tweezers consist of two perfectly conducting nano-wires of length L with a circular cross-section of radius R. The initial distance between the two arms of nano-tweezers is D.

Each arm of nano-tweezers is modeled as a cantilever beam. It is subjected to a uniform static magnetic field. Using the consistent couple stress theory and governing the strain energy of bulk (U_B), the bending strain energy is derived after some elaboration and integration over the beam volume (1).

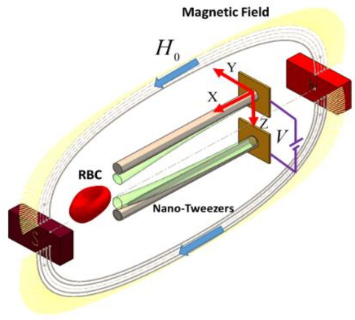


Figure 1. Schematic view of nano-tweezers

$$U_B = \frac{1}{2}\int_0^L \left[\left(EI + 4\mu A l^2 \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)^2 \right] dX \tag{1}$$

After some mathematical elaborations, the governing equation is obtained as:

$$\left(1+\delta\right)\frac{d^4 w}{dx^4} - \xi \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{\beta^2}{2(1-2w)\ln^2\left(2k(1-2w)\right)} + \begin{cases} \dfrac{2\eta_{Cas}[1+\ln\left(k\left(1-2w\right)\right)]}{\left(1-2w\right)^3 \ln^3\left(k\left(1-2w\right)\right)} & \text{Casimir} \\ \dfrac{\eta_{vdW}}{2(1-2w)^{5/2}} & \text{vdW} \end{cases} \tag{2}$$

and the boundary conditions are:

$$W(0) = \frac{dW}{dX}(0) = 0$$
$$\frac{d^3W}{dX^3}(1) = \frac{d^2W}{dX^2}(1) = 0 \tag{3}$$

3. Simulation and Results

Equation (2) is a nonlinear differential equation, and there is no exact solution to it. Therefore, we use the Homotopy Perturbation Method (HPM) to obtain a semi-analytic solution for this equation.

In the absence of comprehensive experimental

[1]. Corresponding Author, Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Torbat Heydarieh, Torbat Heydarieh, Iran. Email: a.koochi@torbath.ac.ir
[2]. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Torbat Heydarieh, Torbat Heydarieh, Iran
[3]. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Torbat Heydarieh, Torbat Heydarieh, Iran

work and analysis on the instability behavior of nano-tweezers made of immersed nano-wires in a magnetic field, the model's results in a particular case (without magnetic field) are compared and finally confirmed.

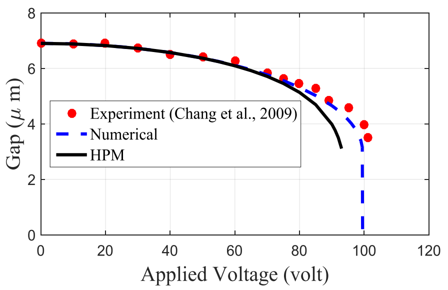


Figure 2. The distance of the tip of nano-tweezers in terms of different applied voltages: comparison with experimental results

Continuing the simulation, Figure 3 shows that increasing the size parameter surges the pull-in voltage. In addition, this figure shows that Casimir and van der Waals forces reduce the pull-in voltage of nano-tweezers.

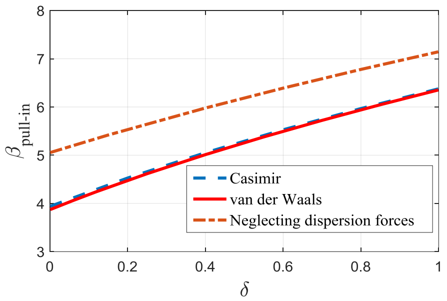


Figure 3. The effect of size dependence on the pull-in voltage of nano-tweezers

Figure 4 shows the effect of a magnetic field on the performance range of nano-tweezers. The results presented in this figure indicate that an external magnetic field can reduce the performance range of nano-tweezers. Also, increasing the intensity of the external magnetic field leads to a further decrease in the performance range of nano-tweezers.

The parameter γ in Figure 4 shows the ratio of the diameter of the smallest particle manipulated by the nano-tweezers to the initial distance between the two arms. This parameter is inversely related to the performance range of nano-tweezers.

Figure 5 shows the effect of Casimir and van der Waals forces on pull-in voltage. The results show that with increasing Casimir and van der Waals forces, the pull-in voltage decreases.

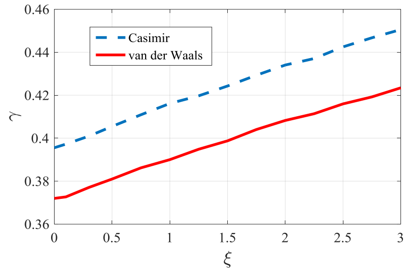


Figure 4. The effect of magnetic field on the performance range of nano-tweezers

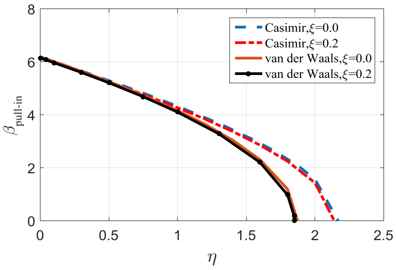


Figure 5. The effect of dispersion forces on the pull-in voltage of nano-tweezers

4. Conclusion

This study presents a mathematical model for investigating the electromagnetic instability of nano-tweezers made of nano-wire. The effect of the induced longitudinal magnetic field in the model is considered through proper modeling of Lorentz's body force. The governing equation of nano-tweezers is obtained based on the consistent couple stress theory to consider the size dependence.

In addition, the effect of the Casimir and van der Waals forces on the final equation is considered. A semi-analytical response based on the Homotopy perturbation method (HPM) is presented to solve the nonlinear equation governing nano-tweezers deformation. The results are compared with the numerical solution as well as the results of existing experimental tests. The outcomes show that the size dependency has a hardening effect and increases the instability voltage. Regarding nano-tweezers, the effect of size dependence leads to an increase in the performance range of nano-tweezers, but in the case of ignoring the effect of dispersion forces (i.e., Casimir and vdW force), the performance range of nano-tweezers is independent of the dimensionless parameter of the size effect.

Examining the influence of the magnetic field on the pull-in behavior of nano-tweezers revealed that an increase in the magnetic field decreases the pull-in voltage. Similarly, if the nano-tweezers have higher permeability, their pull-in voltage reduces significantly due to the magnetic field.